

Mecânica Geral - 2011.2 - IF-UFF - Lista de exercícios n. 2

Ernesto Galvão
(Dated: August 17, 2011)

I. PROBLEMAS DA LISTA

1. Produto escalar. Prove que as duas definições de produto escalar $\vec{r} \cdot \vec{s} = rs \cos \theta$ e $\vec{r} \cdot \vec{s} = \sum r_i s_i$ são equivalentes. Uma forma de fazê-lo é escolhendo o eixo x na direção de \vec{r} . A rigor, você deveria provar que a segunda definição é independente da escolha de eixos; se tiver interesse em fazer isso, veja o problema 1.16 do Taylor.

2. Movimento circular. Uma partícula se movimenta em um círculo de centro O e raio R , com velocidade angular ω constante e no sentido anti-horário. O círculo está no plano xy e a partícula passa por $x = R$ no instante $t = 0$. Mostre que a posição $\vec{r}(t)$ da partícula é dada por:

$$\vec{r}(t) = \hat{x}R\cos(\omega t) + \hat{y}R\sin(\omega t). \quad (1)$$

Encontre a velocidade e aceleração da partícula. Qual é o módulo e direção da aceleração?

3. Desigualdade triangular. Prove que para qualquer par de vetores \vec{a} e \vec{b} vale a relação:

$$|\vec{a} + \vec{b}| \leq (a + b). \quad (2)$$

Dica: Expanda a expressão para $|\vec{a} + \vec{b}|$ e compare com $(a + b)$. Esse resultado é conhecido por desigualdade triangular - explique por quê.

4. 3a Lei e conservação de momento.

Vimos que a 3a Lei de Newton implica na conservação de momento de um sistema de partículas. Prove a direção contrária: que se um sistema de partículas conserva momento, então as forças entre elas devem obedecer à 3a Lei.

Dica: basta considerar um par de partículas (vamos chamá-las de partículas 1 e 2). A 3a Lei diz que na ausência de forças externas o momento total delas deve permanecer constante. Use isso para provar que $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

5. Colisão inelástica.

Dois corpos de massas m_1 e m_2 não estão sujeitos a forças externas. O corpo 1 viaja a velocidade \vec{v} na direção do corpo 2, que está inicialmente parado. Após a colisão os dois corpos ficam grudados um no outro, saindo da colisão com velocidade \vec{v}' . Use conservação de momento para achar \vec{v}' em função de \vec{v} , m_1 , m_2 .

6. Avião lançando mantimentos. Um avião voa horizontalmente a velocidade v_0 e a uma altura h acima do mar. O avião deve deixar cair uma caixa com mantimentos sobre uma pequena balsa. a) Escreva a segunda lei de Newton para a caixa, desprezando a resistência do ar. Resolva as equações para achar a posição da caixa como função do tempo de queda t . b) A que distância da balsa (na horizontal) o piloto deve deixar cair a caixa para que ela atinja a balsa? Encontre essa distância se $v_0 = 50m/s$, $h = 100m$, e $g = 10m/s^2$. c) Qual é o intervalo de tempo $\pm \Delta t$ dentro do qual o piloto deve deixar cair a caixa, se ela deve cair a uma distância de no máximo 10m da balsa?

II. OUTROS PROBLEMAS RECOMENDADOS

Procure fazer os problemas do capítulo 1 do Taylor: 1.4, 1.11, 1.13, 1.22, 1.26, 1.28, 1.38.